



Afinal de contas, ocorre ou não a capitalização composta dos juros na Tabela Price?

A polêmica não deveria continuar, mas continua. E chegou a tal ponto que os mais renomados autores de livros de matemática financeira prepararam um manifesto, intitulado “Declaração em Defesa de uma Ciência Matemática e Financeira”, onde declaram que a Tabela Price “é constituída com base na teoria dos juros compostos (ou capitalização composta)”.

A convicção de que não existe capitalização composta de juros na Tabela Price, levou o Sr. Luiz Gonzaga Junqueira de Aquino Filho, em seu mais recente artigo publicado no site do SINDECON, a contestar e criticar o documento e a postura daqueles professores, a qual chamou de “talibanesca”.

Em sua explanação o articulista faz uso de trechos de livros de alguns dos subscritores do manifesto para embasar sua tese, para ao final questionar:

“Como é possível existir a cobrança de juros sobre juros ou ANATOCISMO na Tabela Price se em nenhum momento novos juros são incorporados ao saldo devedor sobre os quais novos juros teriam que ser cobrados?”.

Venho, não em defesa de pessoas ou idéias, mas em defesa da ética e da verdade matemática me opor à posição do Sr. Aquino. Tenho que a intenção dos autores não foi a de estabelecer por “decreto” que existe a capitalização composta dos juros na TP, mesmo porque isto não seria possível, visto que tudo na matemática depende de certificação científica. Creio que a verdadeira intenção foi a de se tentar colocar um ponto final nesta discussão que, surpreendentemente, tomou as dimensões atuais.

As particularidades do modelo econômico brasileiro, recheado de medidas econômicas que há muito vêm causando grandes prejuízos aos brasileiros, associados à estarrecedora quantidade de ações judiciais impetradas pelos mais prejudicados, tem causado muita confusão. Na esteira desta confusão, muitos profissionais vêm, com base em interpretações equivocadas de alguns



textos legais, confrontando princípios e modelos matemáticos há muito utilizados. Alguns destes equívocos estão relacionados aos modelos financeiros de formação de juros.

Segundo tese do Professor José Dutra Vieira Sobrinho, cuja pesquisa remonta ao código francês, ao italiano e ao português, o Anatocismo não guarda qualquer relação com a formação dos juros remuneratórios. Está relacionado, fundamentalmente, à cobrança de juros no período de mora, ou seja, a cobrança de juros após o vencimento da obrigação. Pelos códigos internacionais citados, os juros, relativos ao período de mora, não poderiam estar sendo cobrados sobre os juros embutidos nas obrigações vencidas, ressalvadas situações específicas. Esta é uma tese muito interessante e há muito a ser discutido.

À parte a questão sobre a conceituação do Anatocismo, tem-se a dizer que a formação de juros na Tabela Price está baseada na capitalização composta. Isto é um fato e não uma tese ou uma idéia, muito menos uma proposição “talibanesca”.

Muitos que acreditam que não existe juro composto na TP se baseiam na idéia de que com o pagamento das prestações os juros periódicos são totalmente quitados, razão pela qual não estaria havendo sua reincorporação ao saldo devedor, razão “sine-qua-non” à identificação da capitalização composta. Aqui também está havendo um grande equívoco: estão confundindo juros devidos com juros vencidos.

Em qualquer modelo de plano de pagamentos o saldo devedor (capital e juros acumulados) só vence (por completo) ao final do prazo contratual. O que existe na verdade é uma convenção entre as partes interessadas, ou seja, a elaboração de um plano de pagamentos onde se define que o valor emprestado e os juros devidos serão amortizados ao longo do prazo contratado, em prestações de amortização de capital e juros, devendo, tanto um quanto o outro (capital e juros) serem liquidados ao final (última prestação = vencimento do contrato). Também de acordo com esta convenção, cada prestação entra em “mora” quando não paga na data estabelecida e passa a ser tratada como tal, sofrendo todas sanções acordadas. Somente na permanência em mora é que o contrato (dentre outros motivos) é antecipadamente vencido, razão pela qual o devedor se obriga a liquidar o saldo devedor (capital e juros acumulados), antes do vencimento contratual inicialmente estabelecido.

A Tabela Price não mudou isto. Ela simplesmente facilitou os cálculos. E é esta simplificação que tem gerado toda esta confusão, qual seja, a impressão de que os juros são inteiramente quitados com o pagamento das prestações. Esta impressão acontece justamente por causa da



capitalização composta. A maioria dos modelos de amortização ou capitalização baseada em prestações, se assemelha a uma receita de bolo. Assim como cada pedaço (não importando seu tamanho) comporta uma porção dos ingredientes utilizados, uma prestação guarda uma parte dos ingredientes de um empréstimo: capital e juros. Isto pode ser certificado em qualquer modelo de amortização com base em juros compostos, com prestações iguais ou não, periódicas ou não.

Nenhum dos trechos dos livros citados certifica que na Tabela Price não existe a capitalização composta de juros. Vejamos inicialmente o caso do livro do Sr. Alexandre Assaf Neto. O autor estabelece uma relação entre as formulações matemáticas da TP e as teorias da Progressão Geométrica. Em relação a este trecho e em defesa à sua tese, o articulista diz que

“Exponenciação não é sinônimo de juro composto. Exponenciação está intimamente relacionada com a equação de curvas, pura matemática”.

Ora, a matemática é ferramenta essencial ao desenvolvimento de diversas teorias e modelos científicos. O fato de não haver a citação das ferramentas matemáticas básicas utilizadas na construção, não desvincula nem descaracteriza sua adoção.

Na seqüência reproduz outros trechos dos livros de Assaf Neto, Samuel Razan e José Nicolau Pompeu que falam sobre a formatação que é dada à Tabela Price e seu processo de formação da taxa de juro. Com relação a isto tenho a dizer que a Tabela Price é, na verdade, uma adaptação do Sistema Francês de Amortização ao modelo brasileiro e foi criada para simplificar a formação das taxas a serem aplicadas na fórmula que possibilita a apuração do valor da prestação, o que é feito pela conversão da taxa anual (formato normalmente apresentado) para a taxa do período de capitalização (normalmente mensal), através de uma simples operação de divisão (taxa proporcional). Este processo promove uma pequena (às vezes grande) distorção: um financiamento amortizado com base na TP produzirá juro anual num equivalente percentual superior à taxa anual informada na TP. É por causa desta diferença (proveniente da capitalização composta) que alguns tipos de contratos traz sua taxa anual informada sob dois formatos: nominal e efetiva. Como exemplos distintos podemos citar os contratos do SFH e a Caderneta de Poupança.

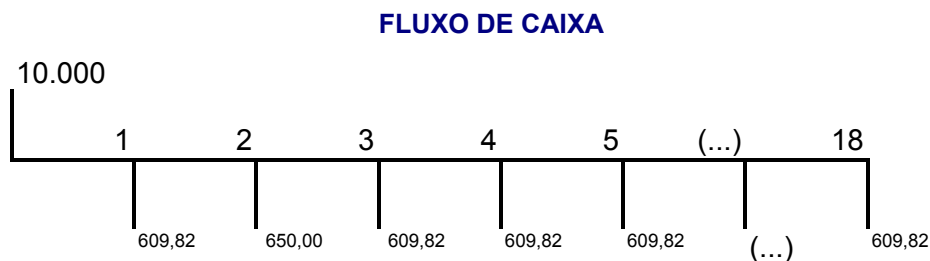


Quanto à apuração da parcela de juros, tema tratado no trecho do livro do Prof. Dutra Sobrinho, tem-se a dizer que os autores de livros técnicos, diferente dos profissionais ligados a processos judiciais, priorizam a certificação matemática e a objetividade nos modelos que desenvolvem, sem se preocupar com suas implicações jurídicas.

No último artigo que escrevi, procurei demonstrar de que forma ocorre a capitalização de juros na Tabela Price, desenvolvendo alguns diagramas e planilhas a partir de uma situação hipotética (a mesma utilizada pelo Sr. Aquino em um de seus artigos).

Face às opiniões de alguns colegas que acharam que a forma indicada nesse artigo talvez não contribua, como se precisa, para o esclarecimento pretendido, gostaria de explorar outras maneiras de demonstrar que e como ocorre a capitalização composta dos juros na TP.

Para alcançar o objetivo que pretendo aqui, irei reproduzir o exemplo nos mesmos moldes que apresentei, para em seguida explorar outras formas de certificação. Vejamos o exemplo e os quadros que havia apresentado: financiamento de R\$ 10.000,00 a ser amortizado em 18 meses à taxa mensal de 1%, pela TP.





PLANILHA 1

EVOLUÇÃO DO FINANCIAMENTO PELA TABELA PRICE

(forma normalmente apresentada)

N.o	Amortização	Juros do mês	Prestação total	Saldo devedor
				10.000,00
1	509,82	100,00	609,82	9.490,18
2	514,92	94,90	609,82	8.975,26
3	520,07	89,75	609,82	8.455,19
4	525,27	84,55	609,82	7.929,92
5	530,52	79,30	609,82	7.399,40
6	535,83	73,99	609,82	6.863,58
7	541,18	68,64	609,82	6.322,39
8	546,60	63,22	609,82	5.775,80
9	552,06	57,76	609,82	5.223,73
10	557,58	52,24	609,82	4.666,15
11	563,16	46,66	609,82	4.102,99
12	568,79	41,03	609,82	3.534,20
13	574,48	35,34	609,82	2.959,72
14	580,22	29,60	609,82	2.379,50
15	586,03	23,79	609,82	1.793,47
16	591,89	17,93	609,82	1.201,59
17	597,80	12,02	609,82	603,78
18	603,78	6,04	609,82	0,00
	10.000,00	976,77	10.976,77	

A TP permite a simplificação dos cálculos de um financiamento de tal forma que causa a impressão que o saldo devedor sempre estará representando o saldo do capital emprestado. E



não é isto o que realmente acontece; o saldo devedor sempre estará representando o saldo do capital e dos juros que deverão ser amortizados ao longo do prazo contratado.

Vejamos como fica o desmembramento do saldo de capital e dos juros devidos ao longo do financiamento.

PLANILHA 2 EVOLUÇÃO COM DESMEMBRAMENTO DO CAPITAL E DOS JUROS

N.	EVOLUÇÃO DO CAPITAL			EVOLUÇÃO DOS JUROS				SALDO FINAL CAPITAL + JUROS
	CAPITAL SALDO ANTERIOR	CAPITAL AMORTIZADO (PRESTAÇÃO)	CAPITAL SALDO ATUAL	JUROS DO MÊS	JUROS ACUMULADOS	JUROS AMORTIZADOS (PRESTAÇÃO)	JUROS SALDO	
1	10.000,00	603,78	9.396,22	100,00	100,00	6,04	93,96	9.490,18
2	9.396,22	597,80	8.798,41	94,90	188,86	12,02	176,85	8.975,26
3	8.798,41	591,89	8.206,53	89,75	266,60	17,93	248,67	8.455,19
4	8.206,53	586,03	7.620,50	84,55	333,22	23,79	309,42	7.929,92
5	7.620,50	580,22	7.040,28	79,30	388,72	29,60	359,12	7.399,40
6	7.040,28	574,48	6.465,80	73,99	433,12	35,34	397,78	6.863,58
7	6.465,80	568,79	5.897,01	68,64	466,41	41,03	425,38	6.322,39
8	5.897,01	563,16	5.333,85	63,22	488,61	46,66	441,95	5.775,80
9	5.333,85	557,58	4.776,27	57,76	499,70	52,24	447,47	5.223,73
10	4.776,27	552,06	4.224,20	52,24	499,70	57,76	441,95	4.666,15
11	4.224,20	546,60	3.677,61	46,66	488,61	63,22	425,38	4.102,99
12	3.677,61	541,18	3.136,42	41,03	466,41	68,64	397,78	3.534,20
13	3.136,42	535,83	2.600,60	35,34	433,12	73,99	359,12	2.959,72
14	2.600,60	530,52	2.070,08	29,60	388,72	79,30	309,42	2.379,50
15	2.070,08	525,27	1.544,81	23,79	333,22	84,55	248,67	1.793,47
16	1.544,81	520,07	1.024,74	17,93	266,60	89,75	176,85	1.201,59
17	1.024,74	514,92	509,82	12,02	188,86	94,90	93,96	603,78
18	509,82	509,82	0,00	6,04	100,00	100,00	0,00	0,00
		10.000,00		976,77		976,77		

Valor atual da prestação = amortização do capital

Juros sobre capital e juros acumulados

Juros vencíveis (ainda não amortizados)



A planilha acima demonstra como ocorre a capitalização de juros. Note-se que a parcela mensal de juros é composta pelos juros que são calculados sobre o capital, acrescido dos juros que são calculados sobre os juros devidos acumulados (ainda não quitados, como alguns querem crer).

Vamos às outras formas de demonstração. Antes, vale lembrar que para verificar se o modelo utilizado está bem constituído, devemos considerar que:

- 1) Cada prestação representa uma parte do capital que está sendo financiado (e funciona, cada uma, como um financiamento independente)

$$R_n = P_n (1 + i)^n \quad \Leftrightarrow \quad P_n = R_n / (1 + i)^n$$

$$J_n = R_n - P_n$$

onde ...

$R_n =$	<i>Prestação (capital + juros)</i>
$P_n =$	<i>Valor atual da prestação (amortização do capital)</i>
$J_n =$	<i>Juros amortizados pela prestação</i>
$P_t =$	<i>Total do valor emprestado</i>
$(1+i)^n =$	<i>FAC – Fator de Acumulação de Capital unitário</i>
$1/(1+i)^n =$	<i>FVA – Fator de Valor Atual unitário</i>

- 2) A soma das parcelas de capital contidas em cada prestação, deve ser igual ao capital emprestado ("o todo é igual a soma das partes")



$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + (\dots) + P_n$$



Relembramos como, na verdade, são compostas as prestações mensais.

PLANILHA 3
DECOMPOSIÇÃO DAS PRESTAÇÕES MENSIS EM SUAS PARCELAS
DE AMORTIZAÇÃO (CAPITAL) E JUROS.

n.º	FAC composto $(1+i)^n$	Valor total da prestação	Parcela de capital da prestação	Parcela de juros da prestação
	(a)	(b)	(c) = (b) / (a)	(d) = (b) – (c)
1	1,01000	609,82	603,78	6,04
2	1,02010	609,82	597,80	12,02
3	1,03030	609,82	591,89	17,93
4	1,04060	609,82	586,03	23,79
5	1,05101	609,82	580,22	29,60
6	1,06152	609,82	574,48	35,34
7	1,07214	609,82	568,79	41,03
8	1,08286	609,82	563,16	46,66
9	1,09369	609,82	557,58	52,24
10	1,10462	609,82	552,06	57,76
11	1,11567	609,82	546,60	63,22
12	1,12683	609,82	541,18	68,64
13	1,13809	609,82	535,83	73,99
14	1,14947	609,82	530,52	79,30
15	1,16097	609,82	525,27	84,55
16	1,17258	609,82	520,07	89,75
17	1,18430	609,82	514,92	94,90
18	1,19615	609,82	509,82	100,00



		10.976,77	10.000,00	976,77
--	--	------------------	------------------	---------------

Para se apurar o saldo devedor total (capital e juros) em qualquer momento basta aplicarmos o correspondente FAC – Fator de Acumulação de Capital unitário sobre o Valor Presente do Capital (saldo do capital).

PLANILHA 3

APURAÇÃO DO SALDO DEVEDOR TOTAL AO FINAL DE CADA UM DOS PERÍODOS

n.º	FAC Juros compostos $(1+i)^n$	Parcela de capital da prestação	Saldo de Capital	Saldo devedor total (capital e juros)
	<i>(a)</i>	<i>(b)</i>	<i>(c) = (c)' - (b)</i>	<i>(d) = (c) x (a)</i>
			10.000,00	
1	1,01000	603,78	9.396,22	9.490,18
2	1,02010	597,80	8.798,41	8.975,26
3	1,03030	591,89	8.206,53	8.455,19
4	1,04060	586,03	7.620,50	7.929,92
5	1,05101	580,22	7.040,28	7.399,40
6	1,06152	574,48	6.465,80	6.863,58
7	1,07214	568,79	5.897,01	6.322,39
8	1,08286	563,16	5.333,85	5.775,80
9	1,09369	557,58	4.776,27	5.223,73
10	1,10462	552,06	4.224,20	4.666,15
11	1,11567	546,60	3.677,61	4.102,99
12	1,12683	541,18	3.136,42	3.534,20
13	1,13809	535,83	2.600,60	2.959,72
14	1,14947	530,52	2.070,08	2.379,50
15	1,16097	525,27	1.544,81	1.793,47



16	1,17258	520,07	1.024,74	1.201,59
17	1,18430	514,92	509,82	603,78
18	1,19615	509,82	0,00	0,00

A comparação das planilhas revela qual é o nível de simplificação promovida pela TP. A forma demonstrada na 1ª planilha não está errada; ela simplesmente simplifica a demonstração dos resultados. Não haveria razão, portanto (salvo por questões jurídicas), para que os professores adotassem em seus livros modelos mais complicados.

Existe ainda uma terceira forma de demonstrar que a Tabela Price incorpora a teoria dos juros compostos.

Sob o ponto de vista do investidor, quem concede um empréstimo, pretende obter um retorno financeiro equivalente ao que teria com a aplicação do dinheiro à mesma taxa de juros e mesmo prazo. Vejamos:

Juros compostos

$$\text{Montante} = \text{Capital} \times (1+i)^n \quad \Leftrightarrow \quad S = P \times (1+i)^n$$

$$\text{Montante} = 10.000,00 \times (1,01)^{18} = 11.961,47$$

Nota: Vale lembrar que a exponenciação representada pelo fator $(1+i)^n$ é a ferramenta da matemática elementar utilizada na formulação dos juros compostos.

Para se apurar qual o valor da parcela mensal que permite obter o resultado financeiro pretendido basta aplicar a fórmula do FFC – Fator de Formação de Capital no montante esperado.

$$\text{Prestação} = \text{Montante} \times \text{FFC}(i,n) \quad \Leftrightarrow \quad R = S \times \left\{ i / [(1+i)^n - 1] \right\}$$



$$\text{Prestação} = 11.961,47 \times 0,05098205 = 609,82$$

Para certificar que o parcelamento produzirá o resultado financeiro esperado, basta aplicar a fórmula do FAC - Fator de Acumulação de Capital (serie de pagamentos) no valor da prestação mensal:

$$\text{Valor Futuro} = \text{Prestação} \times \text{FAC}(i,n) \Leftrightarrow S = R \{ [(1+i)^n - 1] / i \}$$

$$\text{Valor Futuro} = 609,82 \times 19,61474757 = 11.961,47$$

Voltemos à pergunta feita pelo articulista:

“Como poderia existir a cobrança de juros compostos ou ANATOCISMO na Tabela Price se em nenhum momento novos juros são incorporados ao saldo devedor sobre os quais novos juros teriam que ser cobrados?”

Por tudo quanto exposto, tem-se por respondida esta pergunta. Tudo na matemática depende de certificação científica. E os números e fórmulas falam mais uma vez por si.

LUIZ DONIZETE TELES

CORECON 024.826-6