

## O REGIME DE JUROS – PRICE E GAUSS

De modo enriquecedor e a bem da evolução do conhecimento, alguns diferentes entendimentos acerca da existência da Capitalização Simples ou Composta em Sistemas de Amortização vem surgindo, culminando, em período recente, com um “novo” argumento fornecido pelos estudos de “Karl Friederich Gauss”, que começam a ser aplicados como “um sistema de amortização com juros simples” por alguns profissionais, particularmente no âmbito de perícias na área financeira.

Buscando contribuir para a evolução do processo de estudo e entendimento do assunto, apresentamos a seguir algumas reflexões que logramos acumular ao longo de nossas atividades profissionais na área das Ciências Econômicas e do mercado Financeiro.

### 1 – CONCEITOS BÁSICOS

Antes de se examinar diretamente a ocorrência do “Juro Composto” (Regime de Capitalização Composta) em qualquer sistema de capitalização, – por respeito à mais simples lógica do raciocínio - se faz necessário um correto e completo entendimento, ou melhor – uma homogeneização do nosso entendimento – sobre o significado técnico, conceitual, para as expressões: “JUROS”, “AMORTIZAÇÃO” e “REGIME DE CAPITALIZAÇÃO”.

#### 1.1 - JUROS

Como bem define o Professor Pedro Santos de Souza em sua obra “Matemática Financeira em Multimídia” (2003–Sindecon-Sindicato dos Economistas em São Paulo), a cobrança de juros ocorre basicamente por três princípios fundamentais: **Preferência Temporal, Risco e Oportunidade.**

E é assim que o JURO deve promover a justa e devida COMPENSAÇÃO ao detentor do capital, em razão da **Privação em sua utilização, Risco de perda e**

Custo representado por outras **Oportunidades de ganho** com os recursos emprestados.

É evidente, nessa linha, que o JURO DEVE SER ESTABELECIDO EM FUNÇÃO DIRETA DA QUANTIDADE DE RECURSOS (VALOR MONETÁRIO) QUE O DETENTOR DO CAPITAL COLOCA A DISPOSIÇÃO DO TOMADOR.

Assim, em outros termos, o JURO DEVE SER CALCULADO SOBRE O VALOR DO CAPITAL QUE ESTÁ EM PODER DO TOMADOR, exatamente o valor “sonogado” ao seu proprietário, PELO PERÍODO DE TEMPO EM QUE O PRIMEIRO TEM SUA POSSE.

## **1.2 - AMORTIZAÇÃO**

Segundo Paulo Sandroni (*Dicionário de Economia – Editora Best Seller 5ª. edição*), AMORTIZAÇÃO é a “redução gradual de uma dívida por meio de pagamentos periódicos combinados entre o credor e o devedor.” Em outras palavras, é a “devolução” do valor emprestado.

Junto com os valores levados à Amortização da dívida, certamente o devedor pagará também os valores pactuados a título de JUROS, estes compreendidos como a COMPENSAÇÃO do “dono do capital”, como já dito anteriormente.

## **1.3 - REGIME DE CAPITALIZAÇÃO**

Vejamos os entendimentos a respeito:

**Diz Aurélio Buarque de Holanda Ferreira <sup>(1)</sup>:**

*“Juro Simples. Econ. O que não se adiciona em cada período à importância do empréstimo, para cálculo do juro devido no período subsequente”*

*“Juro Composto. Econ. O que se adiciona em cada período à importância do empréstimo, para cálculo do juro devido no período subsequente.”*

**Diz Juan Carlos Lapponi (2):**

*“Juros Simples. O juro de cada operação elementar é incorporado ao capital inicial somente no final da operação; isto é, o juro não é incorporado na mesma data do seu cálculo, salvo o caso da última capitalização. Em outras palavras, os juros não são reinvestidos”*

*“Juros Compostos. O juro de cada operação elementar é incorporado ao capital inicial, capitalizado, que deu origem ao cálculo desse juro; isto é, os juros são incorporados na mesma data do seu cálculo. Em outras palavras, os juros são reinvestidos”*

**Diz Alexandre Assaf Neto (3):**

*O regime de **capitalização simples**...os juros somente incidem sobre o capital inicial da operação (aplicação ou empréstimo), não se registrando juros sobre o saldo dos juros acumulados.”*

*“O regime de **capitalização composta** incorpora ao capital não somente os juros referentes a cada período, mas também os juros sobre os juros acumulados até o momento anterior.”*

(1) O autor dispensa apresentação. Obra: Dicionário Aurélio, 3ª. Edição - 2004, Editora Positivo, folha 1164.

(2) Juan Carlos Lapponi é Engenheiro pela Universidade de Buenos Aires e Doutor em Engenharia pela Escola Politécnica da USP, Professor do curso de Pós Graduação em Finanças Empresariais da Escola de Pós Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas. Obra: Matemática Financeira, 1998, Lapponi Treinamento e Editora, folha 33.

(3) Alexandre Assaf Neto é Economista, mestre em Administração de Empresas, Doutor em Administração (Finanças) pela USP, Professor da USP e do Programa de Mestrado em Administração da FACEP (Franca/SP). Obra: Matemática Financeira e suas aplicações, 8ª edição, 2003, Editora Atlas, folhas 18/19.

## 2 – O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO

Para maior objetividade e praticidade na apresentação e facilidade no entendimento das observações e conclusões aqui registradas, dirigimos o presente trabalho para a análise de situações PRÁTICAS, em operações financeiras usuais e de fácil constatação, evitando a apresentação acadêmica, por vezes estéril e distante da atividade profissional dos interessados. Nessa linha, faremos nossa reflexão técnica a partir de um mesmo exemplo, clássico, de operação financeira.

### 2.1 - CAPITALIZAÇÃO SIMPLES – PAGAMENTO ÚNICO

Um empréstimo de \$ 10.000,00 por 12 meses e juros de 12% ao ano com capitalização simples e periodicidade mensal (juros de  $12/12 = 1\%$  ao mês) teria a seguinte evolução:

DATA	PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	CAPITAL (SALDO DEVEDOR)
0				10.000,00
1	0	100,00	0,00	10.100,00
2	0	100,00	0,00	10.200,00
3	0	100,00	0,00	10.300,00
4	0	100,00	0,00	10.400,00
5	0	100,00	0,00	10.500,00
6	0	100,00	0,00	10.600,00
7	0	100,00	0,00	10.700,00
8	0	100,00	0,00	10.800,00
9	0	100,00	0,00	10.900,00
10	0	100,00	0,00	11.000,00
11	0	100,00	0,00	11.100,00
12	0	100,00	0,00	<b>11.200,00</b>

Vejam que neste caso o valor dos juros **é somado ao capital, não existe qualquer pagamento até o final do prazo contratado** e o juro de 1% ao mês (juros simples, linear) **é calculado sempre sobre o valor inicial do financiamento** e não sobre o valor do saldo acrescido de juros (montante), o que deixa claro que **não existe “juros sobre juros”, configurando, portanto a Capitalização Simples.**

## 2.2 – CAPITALIZAÇÃO SIMPLES – PAGAMENTOS EM SÉRIE

Dentro deste mesmo Regime de Capitalização, podemos exemplificar ainda uma outra opção de Amortização, que é conhecida como **Sistema Americano**, onde ocorre o **pagamento de prestações periódicas**.

Vejamos como ficaria a operação, com os mesmos dados básicos:

DATA	TOTAL DA PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	CAPITAL (SALDO DEVEDOR)
0				10.000,00
1	100,00	100,00	0,00	10.000,00
2	100,00	100,00	0,00	10.000,00
3	100,00	100,00	0,00	10.000,00
4	100,00	100,00	0,00	10.000,00
5	100,00	100,00	0,00	10.000,00
6	100,00	100,00	0,00	10.000,00
7	100,00	100,00	0,00	10.000,00
8	100,00	100,00	0,00	10.000,00
9	100,00	100,00	0,00	10.000,00
10	100,00	100,00	0,00	10.000,00
11	100,00	100,00	0,00	10.000,00
12	10.100,00	100,00	10.000,00	0,00
	<b>11.200,00</b>			

Neste caso, como se vê, existe o **pagamento mensal de prestações, no exato valor dos juros calculados**, o que impede o acréscimo (incorporação) de seus valores ao saldo devedor.

**Portanto, aqui também não se pode pensar em Capitalização Composta.**

**Importante notar ainda, que o valor total a ser pago pelo tomador (montante) é idêntico ao do nosso primeiro exemplo (item 2.1), onde ocorria o pagamento único ao final do período, em valores algébricos é claro.**

## 2.3 - CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

Vejam agora o mesmo exemplo anterior, de empréstimo de \$ 10.000,00 por 12 meses, com juros de 1% ao mês, quando especificamos uma aplicação com Capitalização Composta:

DATA	TOTAL DA PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	CAPITAL (SALDO DEVEDOR)
0				10.000,00
1	0,00	100,00	0,00	10.100,00
2	0,00	101,00	0,00	10.201,00
3	0,00	102,01	0,00	10.303,01
4	0,00	103,03	0,00	10.406,04
5	0,00	104,06	0,00	10.510,10
6	0,00	105,10	0,00	10.615,20
7	0,00	106,15	0,00	10.721,35
8	0,00	107,21	0,00	10.828,57
9	0,00	108,29	0,00	10.936,85
10	0,00	109,37	0,00	11.046,22
11	0,00	110,46	0,00	11.156,68
12	0,00	111,57	0,00	11.268,25

Nota-se aqui que os **juros incidentes em um mês não são pagos, sendo somados ao Saldo Devedor**, sobre o qual teremos o cálculo de juros no mês subsequente, provocando o fenômeno do “juros sobre juros”.

Devemos observar, neste caso, que **não existe o pagamento de prestações**.

**Ora, se o valor dos juros calculados desde o primeiro mês fosse pago nas prestações, esse sistema se tornaria idêntico ao Sistema Americano demonstrado anteriormente e que, como já vimos, não apresenta a Capitalização Composta!**

É possível então se observar aqui uma característica fundamental para a compreensão do assunto: **a Capitalização Composta (soma dos juros ao capital), por definição, somente ocorre quando o pagamento dos juros é postergado, ou seja, realizado em período de tempo superior àquele em que foi calculado (incidência).**

Basta ver em qualquer caso prático de capitalização composta, que os juros foram calculados, por exemplo, mensalmente, mas seus pagamentos somente realizados em intervalos maiores, ou ao final do prazo total.

### 3) SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO – TABELA PRICE

Aplicando-se para um Sistema de Amortização Constante, como a Tabela Price, o mesmo exemplo utilizado anteriormente, teríamos:

a) Para um capital de \$ 10.000,00 ser pago em 12 meses com juros de 1% ao mês, **o valor da prestação, calculado segundo a Tabela Price**, seria de \$ 888,49, sendo **constante** durante todo o período.

b) Portanto, o total a ser pago pelo tomador será, única e exclusivamente o correspondente a 12 parcelas de \$ 888,49, o que equivale a **\$10.661,88** (valor algébrico)

Teríamos então:

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>DATA</b>	<b>TOTAL DA PRESTAÇÃO</b>	<b>CAPITAL (SALDO DEVEDOR)</b>
0		10.000,00
1	888,49	9.211,51
2	888,49	8.415,14
3	888,49	7.610,80
4	888,49	6.798,42
5	888,49	5.977,92
6	888,49	5.149,21
7	888,49	4.312,21
8	888,49	3.466,85
9	888,49	2.613,03
10	888,49	1.750,67
11	888,49	879,69
12	888,49	0,00
	<b>10.661,88</b>	

Aqui já se deve registrar a primeira observação: **onde ocorre a capitalização (soma de juros ao capital)?**

**Existindo o pagamento mensal de juros, como o sistema possibilitaria a capitalização composta?**

Simplesmente não existe capitalização composta, porque **não existe soma de juros ao capital** em qualquer instante da operação, nem mesmo na determinação da prestação.

Ora, se deduzirmos do total a ser pago o valor (constante) do capital emprestado (a ser devolvido), o valor restante é equivalente ao JURO SIMPLES CALCULADO SOBRE O VALOR LÍQUIDO DO SALDO DEVEDOR, DO QUAL FOI DESCONTADA A PARCELA AMORTIZADA DO EMPRÉSTIMO.

Vale uma outra observação: **no Sistema Americano, que vimos anteriormente, o valor algébrico total a ser pago pelo tomador era de \$ 11.200,00, com regime de capitalização simples, enquanto que neste caso o montante a ser pago é de \$10.661,88, ou seja, ainda menor.**

Para atender os que afirmam que “a capitalização está na prestação”, vamos colocar na planilha acima outras três colunas (4, 5 e 6), **que são apenas demonstrativos do conteúdo de cada parcela da prestação e da evolução (amortização) do saldo devedor:**

1	2	3	4	5	6
DATA	TOTAL DA PRESTAÇÃO	CAPITAL (SALDO DEVEDOR)	JUROS PAGOS	AMORTIZAÇÃO	JUROS S/CAPITAL
0		10.000,00			
1	888,49	9.211,51	100,00	788,49	1,0000%
2	888,49	8.415,14	92,12	796,37	1,0000%
3	888,49	7.610,80	84,15	804,34	1,0000%
4	888,49	6.798,42	76,11	812,38	1,0000%
5	888,49	5.977,92	67,98	820,50	1,0000%
6	888,49	5.149,21	59,78	828,71	1,0000%
7	888,49	4.312,21	51,49	837,00	1,0000%
8	888,49	3.466,85	43,12	845,37	1,0000%
9	888,49	2.613,03	34,67	853,82	1,0000%
10	888,49	1.750,67	26,13	862,36	1,0000%
11	888,49	879,69	17,51	870,98	1,0000%
12	888,49	0,00	8,80	879,69	1,0000%
	<b>10.661,86</b>		<b>JUROS NÃO CAPITALIZADOS</b>		<b>12,0000%</b>

**Coluna 4 – Juros Pagos** = 1% calculado sobre o Saldo Devedor do mês anterior.

**Coluna 5 – Amortização** = Diferença entre o valor da prestação paga (coluna 2) e o valor consignado como juros na coluna 4.

**Coluna 6 – Taxa de Juros** = Apurada pela divisão da coluna 4 (Juro Pago) pelo Saldo Devedor do início do período (capital em poder do Tomador)

Vemos então que:

- a) A primeira parcela da prestação (\$ 888,49) serviu para satisfazer um juro de \$ 100,00, ou seja, **1% de juro (linear) mensal sobre o saldo inicial de \$ 10.000,00**, ficando o restante \$ 788,49 para amortização do capital emprestado. Assim, \$ 10.000,00 menos \$ 788,49, temos que o novo saldo devedor será de \$ 9.211,51, conforme registrado na planilha.
  
- b) Na segunda parcela, **o juro de 1% é calculado sobre o saldo devedor anterior, ou seja, \$ 9.211,51**, o que significa juro de \$ 91,12. Com isso, na prestação de \$ 888,49 teremos uma amortização de \$ 796,37 (\$ 888,49 menos \$ 91,12), o que significa um novo saldo devedor de \$ 8.415,14 (\$ 9.211,51 menos \$ 796,37).
  
- c) E assim sucessivamente, podemos então observar que OS JUROS:
  - SÃO CALCULADOS EM 1% AO MÊS SOBRE O SALDO DEVEDOR, JÁ AMORTIZADO;
  - NÃO SÃO SOMADOS AO CAPITAL E;
  - SÃO DECRESCENTES, AO MESMO TEMPO EM QUE O VALOR DE AMORTIZAÇÃO É CRESCENTE.

**OS JUROS SÃO CALCULADOS MENSALMENTE, LINEARMENTE, QUANDO DO SEU PAGAMENTO (NA PRESTAÇÃO), NÃO INCIDINDO SOBRE OS JUROS ANTERIORES EM NENHUM MOMENTO.**

Mais uma vez cabe observar: onde está o tal “juros sobre juros” na Tabela Price construída acima?

A resposta parece bastante evidente: **se os juros (lineares – 1% ao mês) são calculados e pagos a cada prestação, não poderiam ser capitalizados (incorporados).**

As afirmações de que a Fórmula de cálculo do Sistema Francês de Amortização-Tabela Price - contemplam uma “aplicação exponencial dos juros” e que isso traduz uma Capitalização Composta é enganosa, sem qualquer fundamento na aplicação PRÁTICA, quando a operação for conduzida de forma tecnicamente correta, evidentemente.

Existe sim um comportamento de valores DECRESCENTES PARA OS JUROS e CRESCENTES PARA A AMORTIZAÇÃO.

A “progressão Geométrica” existente é uma PROGRESSÃO GEOMÉTRICA DECRESCENTE FINITA”, como afirma o próprio Professor Pedro dos Santos, já mencionado.

Existe sim, em um Sistema de Amortização Constante, como a Tabela Price, uma REITERADA INCIDÊNCIA DE JUROS SOBRE A MESMA PARCELA DO CAPITAL. Isso se deve ao fato de que o juro incide, no primeiro momento, sobre a totalidade (100%) do capital. Após a primeira amortização, digamos de 10% do valor do capital, o juro “volta” a incidir sobre a parcela dos 90% do capital ainda não amortizados. Esses 90% estavam contidos dentro dos 100% iniciais, sobre os quais haviam incidido os juros do primeiro período de capitalização.

Esse “efeito exponencial”, porém, não é de aplicação de “juros sobre juros”, mas reiterada incidência de juros sobre o capital emprestado, **enquanto este não for totalmente devolvido (amortizado).**

Nada mais justo, porém.

O juro deve ser pago como remuneração do capital e sobre este calculado, enquanto não se faça sua completa devolução. Ressalte-se, porém que **deve incidir sobre a parcela do capital AINDA EM PODER DO TOMADOR** e não sobre o capital

inicial ou sobre o capital somado ao juro do período anterior, caso em que se configura, conceitualmente, a Capitalização Composta.

**NUM SISTEMA DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA OS JUROS SÃO CRESCENTES!**

**NA TABELA PRICE OS JUROS SÃO DECRESCENTES!**

**Tem mais: vejam que o valor algébrico a ser pago no caso dos Juros em Capitalização Composta, que mostramos no item 2.3, foi de \$ 11.268,25, enquanto que na Tabela Price foi de \$ 10.661,85.**

**Como é óbvio, no primeiro caso tivemos o pagamento dos juros e também a amortização única, ao final do período e não os pagamentos mensais (quando da incidência do juro) que fizemos na Tabela Price.**

Ora, com um capital emprestado de \$ 10.000,00, ao pagar o total de \$ 10.661,85 em 12 meses, o tomador procedeu a devolução do capital (10.000,00), acrescido de \$ 661,85 a título de juro, em valor algébrico é claro.

Agora olhemos o exemplo de Capitalização Composta no item 2.3 acima: o total pago foi de \$ 11.268,25, ou seja, \$ 1.268,25 de juros, o que significa um acréscimo de 12,68% (juros no ano). Isto sim é capitalização, onde **os juros nominais de 1% ao mês (ou 12% ao ano nominais) foram ultrapassados em razão da aplicação de juros sobre juros.**

É também óbvio que se considerarmos a soma algébrica dos valores das parcelas mensais, na Tabela Price, o valor final é sempre menor do que no modelo com pagamento único, pelo fato de que, **nos pagamentos mensais, o dono do capital tem um retorno “gradual e antecipado” de seu capital, reduzindo a incidência de juros.**

Uma pergunta pode surgir: existem métodos de amortização semelhantes, onde se paga um valor de juros menor do que os encontrados no Sistema Francês de Amortização/Tabela Price?

Resposta: Sim, existem vários e neles podemos observar que o VALOR INICIAL DA PRESTAÇÃO É MAIOR. O resultado é mais uma vez óbvio, pois ao pagar prestações maiores, a amortização será acelerada, reduzindo mais rapidamente o Saldo Devedor, sobre o qual serão calculados os juros. Estes então serão menores, é evidente.

#### **4) MÉTODO DE “GAUSS”**

Embora os conceitos de “Gauss” não tenham sido dirigidos à formulação de um Sistema de Amortização, os estudos de Karl Friederich Gauss têm sido utilizados por profissionais que alegam ser esta, ao que parece, a perfeita forma de estabelecer um Sistema de Amortização Constante SEM A APLICAÇÃO DE JUROS COMPOSTOS, afirmando por ultimo que essa “metodologia” proporciona algo como “a aplicação linear da taxa de juros sobre o capital inicial, distribuída em uma curva normal”.

Ousamos traduzir essas aplicações como uma forma de “média aritmética”, para distribuição ao longo do período, dos juros simples, **inicialmente calculados sobre o capital inicial**, fazendo uso dos estudos de Gauss sobre a “distribuição normal” de erros estatísticos, em estudos de probabilidade.

#### **PRIMEIRO EQUÍVOCO**

Parece, a julgar por algumas justificativas que encontramos, que os partidários dessa “metodologia” partem de um conceito equivocado A RESPEITO DO JURO.

Alguns parecem justificar sua escolha alegando que os juros deveriam incidir sobre o **valor da parcela a ser amortizada**, ou seja, sobre a **parcela vencida do empréstimo, no momento em que esta deve ser restituída.**

Com o devido respeito aos que assim pensam, parece evidente que, pensando-se no JURO como a “remuneração do capital emprestado” (“aluguel”), este DEVE SER CALCULADO SOBRE O CAPITAL EMPRESTADO e nunca sobre o valor a ser restituído. Alias este ultimo, o valor a ser restituído, quando em parcelas, não corresponderia, por óbvio, ao mesmo valor **econômico** emprestado, uma vez que as parcelas são pagas em momentos históricos distintos.

Não parece existir qualquer sentido lógico em aplicar JUROS SOBRE A PRESTAÇÃO A SER PAGA! Estaríamos “remunerando” o valor que estamos devolvendo? Mas o que dizer do valor do capital que **continua em poder do tomador?**

Afinal, o capital foi fornecido em seu valor TOTAL, EM PARCELA ÚNICA.

Ao final do primeiro período, digamos 30 dias, deve o tomador remunerar o “dono” do capital com base no valor em que este foi “privado” de utilização e não sobre a parcela que lhe estará sendo devolvida (prestação).

## SEGUNDO EQUÍVOCO

A fórmula de cálculo do valor da prestação, utilizada pelos profissionais que fazem a aplicação do chamado “método de Gauss”, pode ser assim representada:

$$P = \frac{C \times (1 + (i \times n))}{1 + \frac{(12-1 \times i) \times n}{2}}$$

Vejamos então o que isso significa, EM TERMOS PRÁTICOS:

Utilizando o nosso exemplo de financiamento aplicado em todos os cálculos anteriores, temos que:

C = capital de R\$ 10.000,00

i = taxa de juros de 1% ao mês (12%/12)

n = prazo de 12 meses

Resolvendo a operação, temos que o NUMERADOR da fórmula é igual a **\$ 11.200,00**, que nada mais é do que o MONTANTE A SER OBTIDO EM UM FINANCIAMENTO A JUROS SIMPLES, COM AMORTIZAÇÃO ÚNICA AO FINAL DO PERÍODO, OU O SISTEMA AMERICANO, como já demonstrado anteriormente.

Em nosso exemplo do Sistema Americano, onde o valor a ser pago ao final do período é de \$ 11.200,00, já se realizou o pagamento de \$ 1.200,00 ao longo dos 12 meses (parcelas de \$ 100,00), ficando a AMORTIZAÇÃO ÚNICA de \$ 10.000,00 para o final do prazo.

Pois bem, substituindo os demais valores na tal fórmula, obtemos desta feita um DENOMINADOR com valor igual a **12,66**.

**Esse valor NADA MAIS É DO QUE O PRAZO DE FINANCIAMENTO, de 12 meses, ACRESCIDO DE UM REDUTOR (para correção de erros estatísticos?), que vai fazer uma DISTRIBUIÇÃO MÉDIA NO VALOR DAS PARCELAS, para perfazer o valor do montante apurado no numerador.**

Dessa forma, o montante de \$ 11.200,00, dividido por 12,66, aponta para uma parcela mensal de \$ **884,68** (em lugar da parcela de \$ 888,49 da Tabela Price).

Assim, o total a pagar pelo tomador do empréstimo ficaria em \$ 10.616,16, considerando-se as 12 parcelas contratadas.

Mas vejamos então a COMPOSIÇÃO DE CADA PARCELA, já que, como sabemos, em um Sistema de Prestações Constantes, cada parcela é composta de Juros e Amortização:

Assim procedem os estudiosos de tal método:

$$\text{Coeficiente} = \frac{P \times n - C}{\frac{(n+1) \times n}{2}}$$

Calculando-se tal coeficiente obtemos, para nosso exemplo, o número: 7,899487

Esse coeficiente (7,899487) quando **multiplicado pelo número de parcelas restantes** do financiamento, nos informa o **valor do juro contido na prestação** em análise, ficando, portanto assim representada a evolução do financiamento em nosso exemplo:

Parcela	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0				10.000,00
1	884,68	94,79	789,89	9.210,11
2	884,68	86,89	797,79	8.412,33
3	884,68	78,99	805,69	7.606,64
4	884,68	71,10	813,58	6.793,06
5	884,68	63,20	821,48	5.971,57
6	884,68	55,30	829,38	5.142,19
7	884,68	47,40	837,28	4.304,91
8	884,68	39,50	845,18	3.459,73
9	884,68	31,60	853,08	2.606,64
10	884,68	23,70	860,98	1.745,66
11	884,68	15,80	868,88	876,78
12	884,68	7,90	876,78	0,00

Embora observada a coerência e NORMALIDADE na curva de juros/amortização, se faz necessário o exame da operação À VISTA DAS PREMISSAS FINANCEIRAS ESTABELECIDAS (contratadas) E DA CORRETA E EXPRESSA APLICAÇÃO DOS CONCEITOS BÁSICOS DA MATÉRIA FINANCEIRA (JUROS/CAPITALIZAÇÃO) que vimos anteriormente.

Vamos então acrescentar uma coluna ao quadro anterior, buscando **apurar corretamente qual a taxa de juros que está sendo paga pelo tomador do empréstimo, já que esta deve incidir sobre o capital que está em seu poder** e não sobre médias ou outras medidas de dispersão:

Parcela	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor	JUROS SOBRE O CAPITAL
0				10.000,00	
1	884,68	94,79	789,89	9.210,11	<b>0,95%</b>
2	884,68	86,89	797,79	8.412,33	<b>0,94%</b>
3	884,68	78,99	805,69	7.606,64	<b>0,94%</b>
4	884,68	71,10	813,58	6.793,06	<b>0,93%</b>
5	884,68	63,20	821,48	5.971,57	<b>0,93%</b>
6	884,68	55,30	829,38	5.142,19	<b>0,93%</b>
7	884,68	47,40	837,28	4.304,91	<b>0,92%</b>
8	884,68	39,50	845,18	3.459,73	<b>0,92%</b>
9	884,68	31,60	853,08	2.606,64	<b>0,91%</b>
10	884,68	23,70	860,98	1.745,66	<b>0,91%</b>
11	884,68	15,80	868,88	876,78	<b>0,91%</b>
12	884,68	7,90	876,78	0,00	<b>0,90%</b>
<b>JUROS TOTAIS NÃO CAPITALIZADOS</b>					<b>11,09%</b>
<b>JUROS CONTRATADOS</b>					<b>12,00%</b>

Convenhamos, para uma Taxa de Juros estabelecida em 12% ao ano, o juro cobrado no exemplo correspondeu apenas a 11,09% no ano.

Fácil perceber então que, na prática, quando utilizamos os “conceitos de Gauss”, a taxa de juros que está sendo paga pelo tomador do empréstimo, não corresponde às taxas contratadas, vez que esse “conceito” introduz um DESÁGIO na taxa de juros cobrada, em benefício do tomador e contrariando as condições financeiras estabelecidas na contratação da operação.

Esse deságio foi flagrantemente observado quando, na fórmula de cálculo da prestação, o montante (juros + capital inicial) foi dividido por 12,66, ou seja 0,66 centésimos acima do prazo total de pagamento, que era de 12 meses.

## 5 – CONCLUSÃO

### 5.1 Capitalização Composta – Tabela Price

Parece por demais evidente, a partir da observação PRÁTICA de utilização do Sistema de Amortização Constante – Tabela Price - que nela **não existe a ocorrência da Capitalização Composta, quando operada de maneira tecnicamente correta.**

Podemos concluir que a incidência do “juros sobre juros” na Tabela Price pode ocorrer, mas não por condição inerente à sua concepção. Pode ocorrer sim, caso o operador do financiamento **adicione ao saldo devedor o valor relativo ao juro mensal de prestações não pagas, ou pagas em valor insuficiente para sua cobertura (dos juros).**

Claro que, assim procedendo, estaríamos fazendo incidir o juro de um mês sobre o valor do JURO NÃO PAGO do mês anterior, lembrando, todavia que, **tecnicamente**, essa ocorrência não corresponde **exatamente** ao conceito de Capitalização Composta, posto que se trata de **OBRIGAÇÃO não cumprida no prazo pactuado** e não de **especificação para cálculo de juros em regime composto, embora seus efeitos possam ser os mesmos.**

Isso se observa com alguma freqüência, em casos onde são utilizados índices de correção diferentes para as prestações e para o saldo devedor, sendo os primeiros menores que os utilizados na atualização do capital, tornando a prestação insuficiente para a satisfação dos juros do período.

### 5.2 – Gauss

Importante registrar que **Karl Friederich Gauss jamais se dedicou ao estudo da Matemática Financeira** e muito menos a algum Sistema de Amortização de Empréstimos.

Somente estudou a “Distribuição Normal e sua Equação” (curva), **no âmbito da Teoria Estatística**, em conexão com os “erros de medida” e por isso denominada de

**“CURVA NORMAL DE ERROS”**, que foi **deduzida** por Abraham De Moivre em 1730 e **formalizada** por Gauss mais tarde.

O resultado de sua aplicação na operação de um “Sistema de Amortização de Juros Simples”, como vem surgindo, torna evidente que:

- a) Os conceitos de Gauss visam, exclusiva e diretamente, a correção na **DISTRIBUIÇÃO DE ERROS ESTATÍSTICOS**, sem a mínima consideração às especificações da Matemática Financeira, esta última com condições predeterminadas e **EXATAS** e não baseadas em medidas de dispersão, médias ou desvios;
- b) A aplicação da curva de distribuição de Gauss às operações financeiras de um Sistema de Amortização, **NÃO ATENDE AS CONDIÇÕES FINANCEIRAS ESTABELECIDAS PARA TAXA DE JUROS**, como demonstrado anteriormente;
- c) Quando aplicados a um sistema de Amortização, tais conceitos promovem uma “distribuição das médias” dos juros ao longo do financiamento, como se eles fossem calculados a partir de **dados estatísticos, imprecisos**, aplicando ainda um **REDUTOR** ao valor da prestação (demonstrado no exemplo), para que os valores “médios dos juros e da amortização” tenham um comportamento **ESTATÍSTICO NORMAL**;

Portanto, sem prejuízo das virtudes técnicas que apresenta na área para a qual foi concebida (Teoria Estatística), a “Curva de Gauss” e seus conceitos não atendem, quando aplicados em um sistema de amortização de prestações constantes, às premissas financeiras estabelecidas, o que revela, **NA PRÁTICA, SUA ABSOLUTA E TOTAL INADEQUAÇÃO PARA ESSE FIM.**

Deraldo Dias Marangoni

Economista

Corecon 11.060-4

(Economista, Pós Graduado em Análise de Sistemas, Consultor de Empresas e Especializado em Perícias Econômicas, Financeiras e Tributárias)